

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КАЛУЖСКОЙ ОБЛАСТИ

**Государственное бюджетное учреждение дополнительного образования
Калужской области «Областной эколого-биологический центр»**

ПРИНЯТА

на заседании Методического совета

ГБУ ДО КО «ОЭБЦ»

Протокол № 4

от «27» августа 2020 г.

**УТВЕРЖДАЮ**
Директор ГБУ ДО КО «ОЭБЦ»
И.А. Патричная
Приказ № 01/28-08
от «28» августа 2020 г.

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА**

«За страницами учебника математика»

Возраст учащихся 12-14 лет

Срок реализации 2 года

Составитель:
Педагог дополнительного образования
Хохлова Л.В.

г. Калуга, 2020

Содержание программы

Пояснительная записка	3
Актуальность программы	4
Новизна программы.....	4
Педагогическая целесообразность.....	4
Цели и задачи программы.....	4
Отличительные особенности программы	5
Сроки реализации программы, возраст обучающихся, режим занятий.....	5
Формы организации учебной деятельности.....	5
Формы аттестации	6
Результаты освоения программы	7
Метапредметные результаты.....	7
Предметные результаты.....	7
Личностные результаты.....	8
Учебный план.....	8
Содержание программы.....	10
Календарный учебный график	14
Условия реализации программы.....	14
Техническое обеспечение программы.....	15
Методическое обеспечение программы	15
Список литературы для педагога	17
Список литературы для учащихся	18
Интернет-ресурсы	19
Мониторинг результативности программы (приложение 1).....	20
Дидактический материал (приложение 2).....	28

Направленность программы «За страницами учебника математики» – социально-педагогическая

Уровень программы базовый

Пояснительная записка.

Дополнительное образование становится неотъемлемой частью учебно-воспитательной работы по математике в школе. Оно способствует углублению знаний учащихся, развитию их дарований, логического мышления, расширяет кругозор. Кроме того, данная работа имеет большое воспитательное значение, ибо цель ее не только в том, чтобы осветить какой – либо узкий вопрос, но и в том, чтобы заинтересовать учащихся математикой, вовлечь их в серьезную самостоятельную работу. Математика практически единственный учебный предмет, в котором задачи используются и как цель, и как средство обучения, а иногда и как предмет изучения. Математика является языком науки и техники, с её помощью моделируются, изучаются и прогнозируются многие явления и процессы, происходящие в обществе и природе. Огромно значение математического образования для формирования духовной сферы человека, интеллектуальных и морально-этических компонентов человеческой личности. Осознание связи реального и идеального, происхождения математических абстракций из практики, характера отражения математической наукой окружающего мира, роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения.

Дополнительная образовательная общеразвивающая программа «За страницами учебника математики» предназначена для учащихся, склонных к занятиям математикой, а также тех, кто желает повысить уровень своих математических способностей.

Программа имеет **социально-педагогическую направленность**. Данная программа реализует потребность человека в классификации и упорядочивании объектов окружающего мира через логические операции.

В связи с быстрым ростом объёма знаний, увеличением количества часов дисциплин естественнонаучного цикла, наблюдается тенденция к снижению познавательной преобразующей предметно-практической деятельности учащихся. В связи с этим возникает потребность в создании комплексных программ, включающих одновременно несколько разделов образовательной области. Программа является межпредметной, так как проблемы математического познания распространяются и на естественные науки.

Программа "За страницами учебника математики", носит практико-ориентированный характер и направлена на овладение учащимися основными приёмами решения задач, выходящих за рамки школьного курса математики. Обучение по данной программе создаёт благоприятные условия для интеллектуального воспитания личности ребенка, профессионального самоопределения, развития познавательной активности и творческой самореализации учащихся. Вызывая интерес детей к предмету, программа способствует развитию математического кругозора, творческих способностей обучающихся, привитию навыков самостоятельной работы и тем самым повышению качества математической подготовки детей.

Следует отметить, что данная программа позволяет избежать монотонности в обучении, благодаря различным видам деятельности на занятиях.

Актуальность данной программы: содержание курса составляют разнообразные задачи, позволяющие заинтересовать учащихся, развить мотивацию к познанию нового, освоить такие математические компетенции, как умение применять знания в практической жизни и в смежных областях, так как математика проникла во все сферы деятельности человека.

Новизна данной программы в том, что в школьном курсе не рассматриваются данные темы, содержание которых может способствовать интеллектуальному, творческому развитию школьников, расширению кругозора и позволит увидеть необычные стороны математики и ее приложений. Программа знакомит с «дискретной» математикой, т.е. областью математики, которая занимается изучением дискретных структур, к числу которых могут быть отнесены: теория множеств; теория графов; комбинаторика (отдельные главы).

Специфика данного курса выражается в том, что в нем основное время и значительное место отводятся задачам самого разнообразного плана, начиная с элементарных упражнений репродуктивного характера и кончая задачами повышенной сложности, нестандартными задачами.

Педагогическая целесообразность данной программы состоит в том, что учащиеся смогут освоить ряд предметных умений (составлять план прочитанного, тезисы, конспекты, таблицы, планировать свою деятельность, контролировать выполненные действия) и общеучебных умений (вести диалог с учителем, с одноклассниками, защита своих взглядов, устанавливать контакты с целью выполнения заданий за пределами школы). Безусловно, полезным окажется и опыт исследовательской деятельности, приобретенный в результате подготовки итоговых зачетных работ.

Цели программы: создание условий для формирования у учащихся творческого мышления, интереса к предмету, представления о математике как части общечеловеческой культуры.

Задачи программы:

образовательные:

- обучение методам и приемам решения нестандартных задач, требующих применения высокой логической культуры и развивающих научно- теоретическое и алгоритмическое мышление;
- обучение школьников применению полученных знаний при решении различных прикладных задач.

развивающие:

- развитие самостоятельного и творческого мышления учащихся, активизация мыслительной деятельности в условиях ограниченного времени;
- расширение кругозора учащихся через работу с дополнительным материалом, дополнительной литературой и самообразование.

воспитательные:

- формирование навыков и интереса к научной и исследовательской деятельности;
- воспитание эстетического восприятия учащимися красоты математических преобразований.

Основной формой деятельности на занятиях являются занятия в группах постоянного состава. Творческий характер заданий и необязательность домашнего задания для всех учащихся является здоровьесберегающим условием реализации программы.

Отличительные особенности программы от уже существующих программ.

Программа «За страницами учебника математики» - модифицированная.

Отличительной особенностью данной программы является то, что в школьном курсе не рассматриваются данные темы, содержание которых может способствовать интеллектуальному, творческому развитию учащихся, расширению кругозора и позволит увидеть необычные стороны математики и ее приложений.

Срок реализации программы, возраст учащихся, режим занятий

Программа рассчитана на детей от 12 до 14 лет. Первый год обучения предполагает 2 занятия в неделю, 2 часа, что составляет 152 часа в год. Второй год обучения – 2 занятия в неделю, 2 часа, что составляет 152 часа в год. Программа включает в себя теоретическую и практическую части. Набор учащихся проводится в начале сентября. Минимальное количество учащихся в группах 10 человек, допускается до 12 человек.

Формы организации учебной деятельности

При изучении данного курса предполагается использование различных форм и методов работы, что позволит избежать перегрузки учащихся, а именно:

1. *Лекции;*
2. *обучающие диалоги, мини-лекции;*
3. *беседы;*
4. *работа в парах;*
5. *работа в группах;*
6. *обучающий тренажер;*
7. *практикум по решению задач;*
8. *самообучение (работа с учебной литературой, задания по образцу);*
9. *круглый стол;*
10. *саморазвитие (подготовка сообщений на выбранную тему, работа с информационным и методическим материалом).*

Основополагающие принципы реализации программы:

Программа «За страницами учебника математике» строится на следующих концептуальных принципах:

Принцип успеха Каждый ребенок должен чувствовать успех в какой-либо сфере деятельности. Это ведет к формированию позитивной «Я-концепции» и признанию себя как уникальной составляющей окружающего мира.

Принцип динамики. Предоставить ребенку возможность активного поиска и освоения объектов интереса, собственного места в творческой деятельности, заниматься тем, что нравится.

Принцип демократии. Добровольная ориентация на получение знаний конкретно выбранной деятельности; обсуждение выбора совместной деятельности в коллективе на предстоящий учебный год.

Принцип доступности. Обучение и воспитание строится с учетом возрастных и индивидуальных возможностей подростков, без интеллектуальных, физических и моральных перегрузок.

Принцип наглядности. В учебной деятельности используются разнообразные иллюстрации, презентации,

Принцип систематичности и последовательности. Систематичность и последовательность осуществляется как в проведении занятий, так в самостоятельной работе воспитанников. Этот принцип позволяет за меньшее время добиться больших результатов.

Программа базируется на следующих принципах

- непрерывности развития ребенка;
- общего развития ребенка на основе его индивидуальных возможностей и способностей;
- развития творческих способностей у детей;
- развития личностных компетенций ребенка как субъекта творческой деятельности, как активного субъекта познания;
- развития и укрепления здоровья личности;
- развития духовно-нравственных убеждений личности;
- развития устойчивой психологической адаптации к новым условиям образования.

Основными принципами подготовки к обучению являются:

- единство развития, обучения и воспитания;
- учет возрастных и индивидуальных особенностей и возможностей детей;
- уважение к личности ребенка, к процессу и результатам его деятельности в сочетании с разумной требовательностью;
- комплексный подход при разработке занятий,
- вариативность содержания и форм проведения занятий;
- систематичность и последовательность занятий;
- наглядность.

Программа позволяет включить в учебный процесс детей, как освоивших программу первого года обучения, так и вновь прибывших на второй год обучения.

Формы аттестации

Для полноценной реализации данной программы используются разные виды контроля.

Способом проверки является система педагогической диагностики результатов обучения, развития и воспитания, которые отслеживаются педагогом с помощью методик педагогической диагностики (наблюдение, контрольное задание, опрос, анализ, самоанализ, игры, конкурсы).

Результаты контроля являются основанием для корректировки программы и поощрения учащихся.

Основными формами контроля являются

1. Входной контроль – опрос, для определения степени подготовленности детей.
2. Текущий контроль – игры-испытания, конкурсы, коллективная рефлексия, самоанализ.
3. Итоговый контроль – итоговый тест.

В первые дни занятий осуществляется входной контроль, который проводится в виде опроса для определения степени подготовленности детей, степени самостоятельности учащихся и их интереса к занятиям, уровня культуры, творческих способностей.

Текущий контроль осуществляется в течение учебного года путем наблюдения за работой учащихся. Текущий контроль позволяет определить степень усвоения учащимися учебного материала и уровень их подготовленности к занятиям, повышает ответственность и заинтересованность детей в обучении. Выявление отстающих и опережающих обучение учеников позволяет своевременно подобрать наиболее эффективные методы и средства обучения.

Итоговый контроль проводится с целью определения степени достижения результатов обучения, ориентации учащихся на дальнейшее самостоятельное обучение и получение сведений для совершенствования программы объединения и методов обучения. Одним из способов определения результативности могут стать результаты участия учащихся в математических мероприятиях различного уровня.

Конкурсы и викторины, проводимые в коллективе, являются промежуточными этапами контроля за развитием каждого ребенка, раскрытием его творческих и духовных устремлений.

Творческие задания, вытекающие из содержания занятия, дают возможность текущего контроля.

Общественный смотр знаний является одной из форм итогового контроля. Конечным результатом занятий за год, позволяющим контролировать развитие способностей каждого ребенка, является тестовый контроль.

Предполагаемые результаты освоения программы

Метапредметные:

- формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики;
- формирование умений планировать свою деятельность при решении различных математических задач, видеть различные стратегии решения задач, осознанно выбирать способ решения;
- развитие умений работать с учебным математическим текстом;
- формирование умений проводить несложные доказательные рассуждения;
- развитие умений действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- развитие умений применения приёмов самоконтроля при решении учебных задач;
- формирование умений видеть математическую задачу в несложных практических ситуациях.

Предметные:

- овладение знаниями умениями, необходимыми для изучения математики и смежных дисциплин;
- овладение базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания;
- овладение умением решать текстовые задачи арифметическим способом, используя различные стратегии и способы рассуждения;
- освоение на наглядном уровне знаний о свойствах плоских и пространственных фигур;
- понимание и использование информации, представленной в форме таблицы;
- решать простейшие комбинаторные задачи путём систематического перебора возможных вариантов;
- применять некоторые приёмы быстрых устных вычислений при решении задач;

- применять полученные знания, умения и навыки на уроках математики.

Личностные:

- развитие логического и критического мышления; культуры речи, способности к умственному эксперименту;
- воспитание качеств личности, способность принимать самостоятельные решения;
- формирование качеств мышления;
- развитие способности к эмоциональному восприятию математических объектов, рассуждений, решений задач, рассматриваемых проблем;
- развитие умений строить речевые конструкции (устные и письменные) с использованием изученной терминологии и символики, понимать смысл поставленной задачи, осуществлять перевод с естественного языка на математический и наоборот;
- развитие интереса к математическому творчеству и математических способностей.

Учебный план 1 год обучения

№ п.п.	Содержание	Количество часов			Формы контроля/аттестации
		теория	практика	общее	
1	Вводное занятие. Техника безопасности. Знакомство с программой.	2	-	2	Тестирование
2	В мире чисел.	12	22	34	
2.1	Числовые ряды	2	2	4	
2.2	Восстановление отсутствующих чисел.	2	2	4	
2.3	Быстрый счёт.	2	4	6	
2.4	Занимательные таблицы.	2	4	6	
2.5	Арифметические орешки.	2	2	4	
2.6	Магические квадраты	2	8	10	Тестирование
3	Приёмы устного счёта.	3	9	12	
3.1	Умножение на 25.	1	3	4	
3.2	Умножение на 11.	1	3	4	
3.3	Умножение на 9; 99.	1	3	4	Тестирование
4	Логические задачи.	8	28	36	
4.1	Решение логических задач с помощью таблиц.	2	8	10	Промежуточная аттестация
4.2	Графический способ решения задач.	2	8	10	
4.3	Задачи на переливание.	2	6	8	
4.4	Задачи с геометрическим содержанием.	2	6	8	Тестирование
5	Занимательная геометрия	-	24	24	
5.1	Геометрические головоломки. Танграм.	-	4	4	
5.2	Задачи на разрезание.	-	4	4	
5.3	Задачи на расположение.	-	4	4	
5.4	Задачи на разбиение.	-	4	4	

5.5	Задачи на соединение.	-	4	4	
5.6	Задачи на вычисление площади.	-	4	4	Тестирование
6	Задачи шутки.	-	4	4	
7	Математические ребусы и головоломки.	-	4	4	
8	Математические кроссворды.	-	4	4	
9	Логика.	4	26	30	
9.1	Комбинаторика.	2	8	10	
9.2	Классификация.	2	8	10	
9.3	Комбинаторные игры со словами и фигурами.	-	8	8	Тестирование
9.8	Игра-путешествие (решение разнообразных комбинаторных задач).	-	2	2	
10	Итоговое занятие.	-	2	2	Итоговая аттестация
	ИТОГО	29	123	152	

Учебный план 2 год обучения

№ п.п.	Содержание	Количество часов			Формы контроля/аттестации
		теория	практика	общее	
1	Вводное занятие. Знакомство с программой. Техника безопасности.	2	-	2	Тестирование
2	Системы счисления.	1	3	4	
3	Множества.	1	5	6	
4	Графы.	2	8	10	
5	Комбинаторика.	2	8	10	
6	Принцип Дирихле.	1	5	6	
7	Чётность, делимость, остатки.	1	5	6	
8	Логические задачи и нестандартные задачи.	2	12	14	Промежуточная аттестация
9	Индукция.	1	5	6	
10	Основы теории вероятности.	2	8	10	
11	Элементы статистики.	2	6	8	
12	Матрицы и определители.	2	6	8	
13	Вычислительный турнир.	-	2	2	
14	Преобразование нестандартных числовых выражений.	4	10	14	
15	Магические квадраты.	2	8	10	
16	Символы математической логики.	1	3	4	
17	Истинностные задачи. Задачи, решаемые с конца. Задачи на пересечение и объединение множеств.	2	6	8	
18	Решение логических задач методами алгебры высказываний.	2	8	10	
19	«Софизмы и парадоксы в	4	8	12	

	математике»				
20	Итоговое занятие.	-	2	2	Итоговая аттестация
	ИТОГО	34	118	152	

Содержание программы

Содержание программы 1 год обучения

1. Вводное занятие. Знакомство с программой. Техника безопасности. (2 ч.)

Теория:

Техника безопасности. Сведения из истории математики. Старинные русские меры. Ученые - математики разных времён. Математика в истории, литературе, изобразительном искусстве, информатике.

2. В мире чисел. (34 часов)

Теория:

История цифр, чтение и запись цифр. Числа великаны и числа малютки. Понятие закономерности числового ряда, правила установление последовательности, числовые ряды. Правила быстрого счёта. Правила сложения и вычитания. Правила дополняющих пар, секреты метальной математики. Мгновенное умножение. Беседа «Головоломки на поиск закономерностей». Подбор единого правила, по которому выстроена последовательность, закономерность. Числовые соотношения магического квадрата.

Практика:

Установить закономерность в расположении чисел числового ряда и дописать в соответствии с этой закономерностью еще два числа. Выполнение задания на время. Решение головоломок на поиск закономерностей. Практическая работа с магическим квадратом.

3. Приёмы устного счёта.(12 ч.)

Теория:

Правила умножения и деления на 25. Правила умножения 11. Правила умножения и деления на 9;99.

Практика:

Решение примеров.

4. Логические задачи. (36)

Теория:

Логические задачи. Решение многих логических задач связано с рассмотрением нескольких конечных множеств с одинаковым числом элементов, между которыми требуется установить соответствие. При решении таких задач удобно использовать различные таблицы и графы. Принцип решения логических задач с помощью таблиц.

Принцип графического способа решения задач. Если в задаче фигурирует не два, а больше множеств, то ее решение с помощью таблицы может заметно усложниться, в этом случае приходится пользоваться графический способ решения задач.

Элементы множеств изображают точками плоскости. Если по условию задачи между двумя элементами этих множеств есть соответствие, то такие элементы соединяют сплошной линией. Если же между двумя элементами множеств соответствия нет, то соединять их пунктирной линией. При наличии взаимно однозначного соответствия каждый элемент одного из множеств будет соединяться сплошной линией только с одним элементом другого множества, а с остальными элементами он будет соединяться пунктирными линиями. Принцип

решения задач с геометрическим содержанием. Принцип решения задач на переливания с помощью таблиц.

Практика:

Решения логических задач с помощью таблиц. Решение логических задач графическим способом. Решение задач на переливание. Решение задач с геометрическим содержанием.

5. Занимательная геометрия. (24 ч.)

Практика:

Работа с танграммом, составление фигур различной сложности.

Решение задач на разрезание.

Решение задач на расположение.

Решение задач на разбиение (разбить заданную фигуру на определённое количество конкретных частей).

Решение за соединение.

Решение задач на вычисление площади.

6. Задачи – шутки. (4 ч.)

Практика:

Решение задач - шуток.

7. Математические ребусы и головоломки. (4 ч.)

Практика:

Занятие – игра «Математический марафон».

8. Математические кроссворды. (4 ч.)

Практика:

Составление и решение математических кроссвордов.

9. Логика. (30 ч.)

Теория:

Основы комбинаторики. Основные правила. Классификация. Понятие классификации. По каким параметрам можно классифицировать объекты.

Практика:

Решение комбинаторных задач.

Выполнение заданий на классификацию предметов.

Комбинаторные игры со словами и фигурами. Анаграммы. Анаграммы-загадки.

Решение разнообразных комбинаторных задач в игровом формате.

10. Итоговое занятие. (2 ч.)

Практика:

Занятие проходит в форме игра-викторина «Математическая карусель». Вопросы и задания соответствуют темам, изучаемым в течение учебного года.

Содержание программы 2 год обучения

1. Вводное занятие. Знакомство с программой. Техника безопасности. (2 ч.)

Теория:

Техника безопасности. Сведения из истории математики. Старинные русские меры. Ученые - математики разных времён. Математика в истории, литературе, изобразительном искусстве, информатике.

2. Системы счисления. (4 ч.)

Теория:

Системы счисления: десятичная позиционная, двоичная, пятеричная, восьмеричная. Системы счисления с древнейших времен до наших дней.

Практика:

Решение задач на перевод чисел из одной системы счисления в другую, вычислительный турнир.

3. Множество. (6 ч.)

Теория:

Числовое множество, пустое множество, «круги Эйлера», операции над множествами.

Практика:

Решение задач, составление задач занимательного характера для математических викторин и конкурсов.

4. Графы. (10 ч.)

Теория:

Правила построения графа при решении задач.

Практика:

Решение задач.

5. Комбинаторика (10 ч.)

Теория:

Комбинаторика: правило суммы, правило произведения, составление комбинаций, перебор вариантов, перестановки без повторений. Сочетания, без повторений, перестановки с повторениями, размещения с повторениями, сочетания с повторениями. Решение комбинаторных задач с помощью дерева возможных вариантов.

Практика:

Примеры решения комбинаторных задач.

6. Принципы Дирихле. (6 ч.)

Теория:

Теорема «принцип Дирихле».

Практика:

Решение задач, обучающий тренажер.

7. Четность, делимость, остатки. (6 ч.)

Теория:

Четность суммы, произведения. Делимость суммы, делимость произведения, признаки делимости, признак Паскаля, алгоритм Евклида, свойства остатков.

Практика:

Решение задач, подготовить сообщения о математиках.

8. Логические задачи. (14 ч.)

Теория:

Высказывания, отрицание, сумма высказываний, произведение высказываний, импликация высказываний.

Практика:

Решение задач. Аукцион идей (дискуссия) по нахождению способа решения поставленной задачи.

9. Индукция. (6 ч.)

Теория:

Метод математической индукции.

Практика:

Работа по решению задач выполняется в группах.

10. Основы теории вероятностей. (10 ч.)

Теория:

Случайные события, невозможные события, достоверные события. Абсолютная частота, относительная частота. Статистическое определение вероятности, классическое определение вероятности, геометрическое определение вероятности. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Более подробно можно остановиться на тактике игр, так как это вызовет наибольший интерес учащихся.

Практика:

Решение задач, дидактическая игра.

11. Элементы статистики. (8 ч.)

Теория:

Основная задача и основной метод статистики. Ряд наблюдений. Графическое представление результатов наблюдений. Выборочный метод в статистике. Статистика и вероятностные модели.

Практика:

Решение простейших задач.

12. Матрицы и определители. (8 ч.)

Теория:

Определение матрицы, действия с матрицами, свойства матриц.

Практика:

Выполнение упражнений.

13. Вычислительный турнир (2)

Практика:

Командно-интеллектуальные соревнования (решение задач различного уровня по пройденным темам).

14. Преобразование нестандартных числовых выражений. (14 ч.)

Практика:

Преобразование выражений содержащих абсолютную величину. Выполнение упражнений, обучающий тренажер.

15. Магические квадраты. (10 ч.)

Теория:

История появления магических квадратов, виды магических квадратов и способы (алгоритмы) их заполнения, области применения магических квадратов.

Практика:

Решение магических квадратов.

16. Символы математической логики. (4 ч.)

Теория:

Знакомство с символами математической логики и областью их применения.

Практика:

Решение логических задач с использованием символов математической логики.

17. Истинностные задачи. Задачи, решаемые с конца. Задачи на пересечение и объединение множеств. (8 ч.)

Теория:

Понятие истинностные задачи, задач, решаемые с конца. Примеры задач. Основные методы и приёмы. Виды и способы их решения.

Практика:

Решение задач.

18. Решение логических задач методом алгебраических высказываний. (10 ч.)

Теория:

Понятие метода алгебраических высказываний. Алгоритм решения. Примеры решения задач.

Практика:

Решение задач.

19. Софизмы и парадоксы. (12 ч.)

Теория:

Понятие парадокса. Примеры математических парадоксов. Понятие софизма. Примеры математических софизмов. Кого называли софистами? О группе древнегреческих философов (4 век до нашей эры), достигших большого искусства в логике. Учителя философии и красноречия в Древней Элладе. Протагор из Абдеры. Горгий из Леонтип. Гиппий из Элиды. Продик из Кеоса. История возникновения, классификация софизмов. История возникновения парадоксов. Классификация парадоксов. Замаскированные ошибки. Три кризиса в истории математики, сопровождаемые парадоксами. Плодотворное влияние парадоксов на развитие математики. Классификация, идущая от Рамсея. Классификация по М.М. Новосёлову. Отношение к истине. Ложь, обряженная в одежды истины, и истина в одеждах лжи. Алгебраические и геометрические софизмы в математике. Логические софизмы и парадоксы.

Практика:

Решение самых известных математических софизмов и парадоксов. Нахождение ошибок в софизмах. Решение задач на распознавание софизмов и парадоксов. Парадоксы, связанные с математической индукцией. Космологические парадоксы. Неоднозначность натурального ряда. Решение логических софизмов и парадоксов. Решение магических квадратов, истинностных задач, задач (магия чисел, яблоки, туристы и другие). Выполнение логических операций с множествами. Упрощение логических выражений. Запись составных высказываний. Решение логических задач методами алгебры высказываний.

20. Итоговое занятие. (2 ч.)

Практика:

Конкурс-игра «Математический марафон».

Календарно-учебный график

№ п/п	Показатель	Значение	
		1 год	2 год
1	Неделя в год	38	38
2	Часов в год	152	152
3	Часов в неделю	4	4
4	Текущий контроль	По каждому разделу	По каждому разделу
5	Промежуточный контроль	1 раз в год декабрь	1 раз в год декабрь
6	Итоговая аттестация	1 раз по всей программе май	1 раз по всей программе май

Условия реализации программы

Необходимыми условиями реализации программы являются: техническое, методическое обеспечение, доступность необходимой литературы для учащихся. В ходе реализации программы учтены возрастные и личностные особенности учащихся, их интересы и профессиональные наклонности, учтена мотивация и уровень притязаний учащихся. Теоретический материал закреплён практическими занятиями. Программа обеспечена дидактическим материалом.

Техническое обеспечение программы

Занятия проводятся в учебном кабинете.

Перечень оборудования учебного кабинета: классная доска, столы и стулья для учащихся и педагога, шкафы и стеллажи для хранения дидактических пособий и учебных материалов

Компьютер, экран для демонстрации слайдов и презентаций, мультимедийный проектор, многофункциональное устройство для распечатки раздаточного и дидактического материала, чертежные измерительные инструменты.

Методическое обеспечение программы

Данный курс не предполагает традиционных домашних заданий, но они не исключены для учащихся, желающих совершенствовать свои знания и умения. Педагогу целесообразно подготовить комплект дополнительных карточек с заданиями разного уровня сложности для выдачи их на дом заинтересованным в этом детям.

На занятиях в объединении "За страницами учебника математики" основным дидактическим принципом является обучение в предметно-практической деятельности. Одним из способов организации учебной деятельности является упражнение, заключающееся в многократном выполнении необходимых действий.

В процессе реализации программы используются разнообразные виды деятельности: объяснительно-иллюстративная, рассказ, беседы, работа с книгой, демонстрация, упражнения, решение различных типов задач, практические работы, проектная деятельность, методы мотивации и стимулирования, обучающего контроля, взаимоконтроля и самоконтроля, познавательная игра, проблемно-поисковый, ситуационный, применение ИКТ, занимательные «экскурсии» в область истории математики, неожиданное применение алгебры в практической жизни, других областях знаний.

С целью выявления уровней обученности предлагаются следующие методы обучения:

I уровень - репродуктивный (с помощью педагога);

II уровень - репродуктивный (без помощи педагога);

III уровень - продуктивный;

IV уровень – творческий.

При обучении используются основные методы организации и осуществления учебно-познавательной работы, такие как словесные, наглядные, практические и проблемно-поисковые.

Выбор методов (способов) обучения зависит от психофизиологических, возрастных особенностей детей, темы и формы занятий. При этом в процессе обучения все методы реализуются в теснейшей взаимосвязи.

Данная программа предполагает следующие формы занятий:

Лекционно-практические занятия

Занятие, посвященное освоению новой теории, может начинаться как с мини-лекции педагога с введением новых понятий, так и с индивидуального решения детьми тематической проблемы.

В первом случае далее следует самостоятельное индивидуальное или коллективное решение детьми проблемы, подведение педагогом итогов с выявлением лучших путей решения.

Во втором случае после индивидуального решения проблемы детьми и индивидуального обсуждения решения с педагогом следует рассказ преподавателя

о возможных способах выхода из ситуации, о возможных подходах к обсуждаемой теме и взаимосвязях с ранее изученными темами. Задачи могут быть как теоретическими, так и экспериментальными. Возможна комбинация этих подходов.

Лекция

Часть занятий проводится в форме лекции педагога, читающего теоретический материал.

Фронтальные или индивидуальные экспериментальные исследования.

Обсуждается новая теория и обучающимся предлагается ее проверить экспериментально. Возможны разнообразные комбинации предложенных методов.

Соревнование

Регулярно проводятся различные личные и командные соревнования: устные и письменные олимпиады. Данная форма работы в объединениях позволяет проводить оперативный мониторинг текущей успеваемости детей, вносит разнообразие в образовательной деятельности.

Игра

Для развития навыков работы в группах, коллективного творчества, искусства ведения диспута проводятся различные физические игры и конкурсы. Наиболее распространенная форма игрового занятия – тест, являющийся серьезным и насыщенным соревнованием.

Зачетные занятия

Изложение материала ведётся нетрадиционно, основным средством подачи материала являются презентации.

Работа с родителями: организация родительских собраний с целью совместного решения проблем воспитания учащихся. Такая работа способствует формированию общности интересов детей, родителей и педагога, служит эмоциональной и духовной близости.

Список литературы для педагога

1. «Математика после уроков». Пособие для учителей. Авторы: М.Б.Балк, Г.Д.Балк. Москва «Просвещение», 2012;
2. «Я иду на урок математики». Книга для учителя.
3. Альхова З.Н., Макеева А.В. Внеклассная работа по математике.
4. Ахвледиани А.Н. Гносеологический анализ возможных решений древнегреческого парадокса «Тяжбы Протагора с Эватлом» // СХОЛН 4.2 (2010) ;
5. Балк М. Б., Балк Г.Д.. «Математика после уроков». Пособие для учителей. Москва «Просвещение», 2012;
6. Гарднер М. Математические чудеса и тайны. Математические фокусы и головоломки.
7. Генкин С.А., Итенберг И. В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки: Пособие для внеклассной работы. Киров: АСА, 2008 год
8. Глейзер Г.И. История математики в школе: IV – VI классы. Пособие для учителей.
9. Глейзер Г.И. История математики в школе: VII – VIII классы. Пособие для учителей.
10. Гончарова Л.В. Предметные недели в школе. Математика. – Волгоград: Учитель, 2005
11. Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 5 – 8 классах.
12. Гусев, А. П. Комбаров. Математическая разминка.- М.:Просвещение,2005
13. Депман И.Я. За страницами учебника математики М: «Просвещение», 2009.
14. Депман И.Я. Мир чисел: Рассказы о математике.
15. Депман И.Я., Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики: Пособие для учащихся 5 – 6 кл.
16. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. МЦНМО Москва, 2007
17. Игнатъев Е.И. В царстве смекалки.
18. Краткий курс по логике. Учебное пособие. - М.: Окей-книга, 2016. - 128 с.;
19. Лаврикова, И. Н. Логика. Учимся решать / И.Н. Лаврикова. - М.: Юнити-Дана, 2014. - 208 с.;
20. Логика и риторика. Хрестоматия. - М.: ТетраСистемс, 2013. - 624 с.;
21. Зайкин М.И.. Математический тренинг. Развиваем комбинационные способности.- М. «Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС», 1996
22. Маслов Н.А. Логика / Н.А. Маслов. - М.: Феникс, 2013. - 416 с.;
- Ненашев, М. И. Введение в логику / М.И. Ненашев. - М.: Гардарики, 2016. - 352 с.;
23. Маслов, Н. А. Логика / Н.А. Маслов. - М.: Феникс, 2013. - 416 с.;
- Ненашев, М. И. Введение в логику / М.И. Ненашев. - М.: Гардарики, 2016. - 352 с.;
24. Математика. Дидактические материалы, Москва, «Просвещение», 2009
25. Минковский В.Л. За страницами учебника математики.
26. Нагибин Ф.Ф., Кanan Е.С. Математическая шкатулка. М. Просвещение 2005
27. Онучкова Л.В. Введение в логику. Логические операции
28. Онучкова Л.В. Введение в логику. Некоторые методы решения логических задач
29. Перельман Я.И. Занимательная арифметика. Триада-Литера Москва 2008 год.
30. Светлов В. А. О разрешимости одного неразрешимого спора, или Следовало ли Протагору подавать в суд на Еватла //Философские науки.1992;

31. Симонов А.С. Экономика на уроках математики. – М.: Школа - Пресс, 1999..
32. Совайленко В.К., Лебедева О.В. Математика. Сборник развивающих задач для учащихся 5-6 классов. Ростов – на – Дону.Легион, 2005 год.
33. Соколова И.В. Математический кружок в VI классе. Краснодар 2007 год.
34. Соломатин О. Д. Старинный способ решения задач на сплавы и смеси. Математика в школе. – №1. 1997.
35. Стрелкова, Н. В. Логика в задачах и упражнениях / Н.В. Стрелкова. - М.: Щит-М, 2016. - 116 с.;
36. Фарков А.В. Математические кружки в школе 5-8 класс. Москва. Айрис-пресс 2007 год.
37. Фарков А.В. Математические кружки в школе 5-8 классы, 2012
38. Фарков А.В. Математические олимпиады в школе 5-11 классы, 2014
39. Фирсова М.М. Урок решения задач с экономическим содержанием. Математика в школе, № 8, 2002.
40. Коликов А.Ф., Коликов А.В.. Изобретательность в вычислениях. - М: Дрофа, 2003
41. Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия: Учебное пособие для учащихся V–VI классов. М.МИРОС, 2005 год.
42. Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Математика: Задачи на смекалку: Учебное пособие для 5 – 6 классов общеобразовательных учреждений. М. Просвещение, 2006 год.
43. Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Задачи на смекалку. М. Просвещение 2006 год.

Список литературы для детей и родителей:

Логические задачи

1. Задания 1 – 60 /часть 0. Уч. пособие. Логика Гайштут /
2. Задания 1 – 58 /часть 1. Уч. пособие. Логика Гайштут /
3. Задания 1 – 56 /часть 2. Уч. пособие. Логика Гайштут /
4. Задания 1 – 60 /Математика в логических упражнениях. Уч. пособие. Логика Гайштут /
5. «Математические софизмы». Книга для учащихся 7-11 классов. Авторы: А.Г. Мадера, Д.А. Мадера. Издательство Москва «Просвещение» 2003;
6. Энциклопедический словарь юного математика;
Новосёлов М. М. «Абстракция множества парадокс Рассела». «Вопросы философии». 2003г. №7;
7. В.В. Мадер. Математический детектив.- М.: «Просвещение», 1992
8. М. Гарднер. Математические чудеса и тайны.- М.:Наука,1986
9. Задачи «Кенгуру» (Математика для всех).- Санкт-Петербург, 2005

Интернет ресурсы

Интернет ресурсы

1. <http://mathemlib.ru> (ссылки на сайты по математике, математическая энциклопедия)
2. <https://multiurok.ru/index.php/files/issledovatel'skaia-rabota-po-matematike-sofizmy.html> (исследовательская работа по математике «Софизмы»)
3. <https://nsportal.ru/ap/blog/nauchno-tehnicheskoe-tvorchestvo/2015/04/14/sofizmy-i-paradoksy-v-matematike><http://www.golovolomka.hobby.re/books/gardner/gotcha/ch2/02htm> (Софизмы и парадоксы в математике)
4. <http://www.cultinfo.ru/fulltext/1/001/008/104/779.htm> (конкурс научно-исследовательских работ обучающихся)
5. <https://mybiblioteka.su/tom3/6-39285.html> (электронная библиотека)
6. https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=maissl (полное исследование и функции и построение графиков)
7. https://sitekid.ru/matematika/magicheskiy_kvadrat.html (магические квадраты)
8. <https://ru.wikihow.com/решить-магический-квадрат>

Мониторинг освоения программы

Анкета.

Диагностика обучения школьников математике

№1. Нравиться ли тебе предмет «математика»?

- а) да
- б) нет
- в) очень
- г) не очень

№2. Объясни, почему?

№3. Нужна ли тебе математика?

- а) да
- б) нет

№4. Если нужна, попробуй объяснить – зачем, если нет – то почему?

№5. Как ты думаешь, знания предмета нужны:

- а) ученику
- б) учителю
- в) родителям

№6. Больше всего на занятиях математикой мне нравится:

- а) _____
- б) _____
- в) _____
- г) _____

№7. Самое трудное для меня в математике:

- а) _____
- б) _____
- в) _____

№8. Мне не нравится на уроке математике:

- а) решать текстовые задачи
- б) выполнять самостоятельные и контрольные работы
- в) учить определения, теоремы и формулы
- г) решать вычислительные примеры
- д) решать уравнения и неравенства
- е) выполнять построения (чертежи, графики)

№9. Кто или что мешает учиться по математике на «4» и «5»?

- а) сосед, (соседка)
- б) лень
- в) невнимательность
- г) медлительность
- д) плохая память
- е) не понимаю объяснения учителя
- ж) не серьёзное выполнение домашних заданий
- з) родители не радуются мои успехам, не огорчаются моим неудачам

№10. Я всегда стараюсь делать домашнее задание:

- а) да
- б) нет
- в) чаще списываю

№11. Нужна ли тебе помощь при выполнении домашних заданий:

- а) да
- б) нет

№12. Как ты оцениваешь свои знания по математике?

- а) имею
 - б) знаю
 - в) могу
- Например, 1) имею (3) 2) знаю (4) 3) могу (5)

№13. Хочешь ли ты улучшить свои результаты по математике:

- а) да
- б) нет

№14. Перечислите свои творческие работы по математике :

- 1) рефераты
- 2) дидактические пособия
- 3) таблицы
- 4) иллюстрации
- 5) презентации и др.

Конкретно укажите вид работы и его название.

Спасибо! Желаем успехов!

Формы подведения итогов реализации программы и критерии оценивания результатов

1) Развитие мотивации личности к познанию и творчеству оценивается один раз в три месяца. На основе наблюдений определяется уровень мотивации обучаемого (низкий, средний, высокий) и заносится в таблицу.

Критериями для этих уровней являются следующие факторы:

Низкий – ребенок не активен на занятии, не всегда выполняет домашние задания

Средний – ребенок не всегда активен на занятии, выполняет домашнее задание

Высокий – всегда активен на занятии, выполняет домашние задания, проявляет самостоятельное творчество.

2). Степень приобретения опыта индивидуальной и коллективной деятельности оценивается по итогам уч. года. Количественный уровень в баллах определяется по результатам участия учащихся в математических конкурсных мероприятиях, в игре «Клуб веселых математиков» и т.п. В течение всего года обучения оценивается деятельность учащихся по 10 бальной системе.

Оцениваются различные виды деятельности:

- работа на занятии (1 раз в месяц);
- выполнение домашних заданий (после изучения темы);
- участие в математических конкурсных мероприятиях;
- участие в подготовке и проведении игр и фокусов, - участие в подготовке и проведении различных мероприятий.

Использование в программе десятибалльной системы оценивания позволяет избежать влияния недостаточного уровня полученного балла на самооценку ребёнка, а так же - позволяет педагогу более гибко оценивать достижения воспитанников

10-балльная шкала	Основные показатели СОУ (степени обученности учащихся)	Уровень
1 балл - очень слабо	Присутствовал на занятии, слушал, смотрел, записывал под диктовку учителя и товарищей, переписывал с доски и т.п.	Различение, распознавание (уровень знакомства)
2 балла - слабо	Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.	
3 балла посредственно	Запомнил большую часть текста, правил, определений, формулировок, законов и т.п, но объяснить ничего не может (механическое запоминание).	Запоминание (неосознанное воспроизведение)
4 балла - удовлетворит.	Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако, затрудняется что-либо объяснить.	
5 баллов – не достаточно хорошо	Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез.	Понимание (осознанное воспроизведение)
6 баллов - хорошо	Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.	
7 баллов- очень хорошо	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, способен применить в простых случаях.	Элементарные умения и навыки (репродуктивный уровень)
8 баллов-отлично	Демонстрирует полное понимание сути изученной теории и применяет ее на практике легко, и не особенно задумываясь. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки сам их исправляя.	
9 баллов- великолепно	Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности.	Перенос (творческий уровень)
10 баллов прекрасно	Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных прежде умений и навыков.	

Итоговое тестирование 1 год обучения

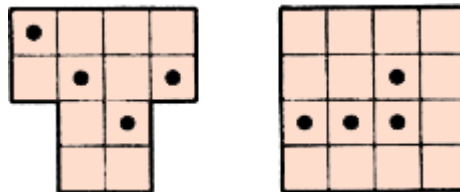
1. Вычисли (устно): а) $46 \cdot 11$, б) $77 \cdot 99$, в) $32 \cdot 125$.
2. Когда мы видим два, а говорим - четырнадцать?
3. Переложи одну палочку, чтобы равенство стало верным:

$$| | | | | | | | = X |$$

4. Алеша задумал число. Он прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил число 2. Какое число задумал Алеша? (10)
5. Напишите наименьшее 10-значное число, все цифры которого различны
6. В клетках квадрата переставьте числа так, чтобы плюбой горизонтали, вертикали и диагонали их суммы были равны

3	5	7
9	11	13
15	17	19

7. Из муравейника *A* в муравейник *B* одновременно выползли два муравья. Первый муравей полз весь путь с постоянной скоростью. Второй муравей первую половину пути полз со скоростью 42 м/мин., а вторую половину - со скоростью, на 5 м/мин. меньшей скорости первого муравья. В итоге в пункте назначения оказались одновременно. Найдите скорость первого муравья, если она не меньше 17 м/мин. Ответ запишите в м/мин.
8. Однажды в Артеке за круглым столом оказалось пятеро ребят родом из Москвы, Санкт-Петербурга, Новгорода, Перми и Томска: Юра, Толя, Алеша, Коля и Витя. Москвич сидел между томичем и Витей, санкт-петербуржец — между Юрой и Толей, а напротив него сидели пермяк и Алеша. Коля никогда был в Санкт-Петербурге, а Юра не бывал Москве и Томске, а томич с Толей регулярно переписываются. Определите, в каком городе живет каждый из ребят.
9. Разделите каждую из фигур по линиям сетки на четыре одинаковые части, чтобы в каждой части был ровно один кружок



10. Поросята Ниф-Ниф и Нуф-Нуф убегают от волка к домику Наф-Нафа. Волку бежать до поросят, если бы они стояли на месте, 4 минуты. Поросятам бежать до домика Наф-Нафа 6 минут. Волк бежит в 2 раза быстрее поросят. Успеют ли поросята добежать до домика Наф-Нафа? Ответ обоснуйте.

Итоговое тестирование 2 год обучения

1. В записи $52*2*$ замените звездочки цифрами так, чтобы полученное число делилось на 36. Укажите все возможные решения.
2. Сколько воды надо добавить к 600 г жидкости, содержащей 40% соли, чтобы получился 12%-ый раствор этой соли?
3. Ученик вышел из дома в школу в 8 ч утра. В какое время он придет в школу, если до нее 1 км?
4. Переложите одну из семи спичек, изображающих число 0,7, записанное римскими цифрами так, чтобы получившаяся дробь равнялась $\frac{2}{3}$.
5. Древнегреческая задача:— Скажи мне, знаменитый Пифагор, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы?
— Вот сколько, — ответил Пифагор, — половина изучает математику, четверть — природу, седьмая часть проводит время в размышлении и, кроме того, есть еще три женщины. Сколько всего учеников посещают школу Пифагора?

6. Вместо звездочек расставьте пропущенные цифры:

$$\begin{array}{r}
 785 \\
 \times *** \\
 \hline
 *** \\
 **** \\
 *** \\
 \hline

 \end{array}$$

7. Некоторый товар стоил 500 рублей. Затем цену на него увеличили на 10%, а затем уменьшили на 10%. Какой стала цена в итоге?

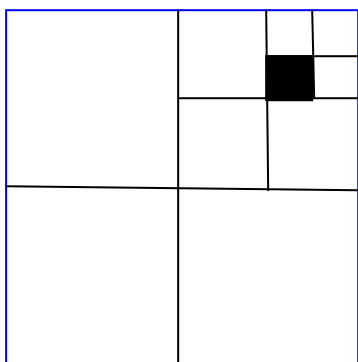
8. К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.

9. В летний лагерь приехали отдыхать три друга: Миша, Володя и Петя. Известно, что каждый из них имеет одну из следующих фамилий: Иванов, Семенов, Герасимов. Миша — не Герасимов. Отец Володи — инженер. Володя учится в 6 классе. Герасимов учится в 5 классе. Отец Иванова — учитель. Какая фамилия у каждого из трех друзей?

10. Решите уравнение: $|x-4| = 3$.

11. Школьник прочитал книгу за три дня. В первый день он прочитал 0,2 всей книги и еще 16 страниц, во второй день — 0,3 остатка и еще 20 страниц. В третий день — 0,75 остатка и последние 30 страниц книги. Сколько страниц в книге?

12. Какая часть квадрата (см. рис.) закрашена?



13. Произведение двух взаимно простых чисел равно 3232. Чему равно наименьшее общее кратное этих чисел? Найдите эти числа.

14. Сравните числа x и y , если 13,5% числа x равны 12,5% числа y .

15. Прямоугольник разделен двумя отрезками на четыре прямоугольника, площади трех из которых 2 см^2 , 4 см^2 , 6 см^2 . Найдите площадь прямоугольника.

2	4
6	

16. В стаде 8 овец. Первая съест копну сена за 1 день, вторая — за 2 дня, третья — за 3 дня, ..., восьмая — за 8 дней. Кто быстрее съест копну сена: две первые овцы или все остальные вместе?

17. В начале забега на 1000 м вперед вырвался Андрей, вторым шел Борис, а третьим — Виктор. За время бега Андрей и Борис менялись местами 6 раз, Борис и Виктор — 5 раз, Андрей 65 и Виктор — 4 раза. В каком порядке прибежали спортсмены? Почему?

18. В классе девочек, которым нравится математика, столько же, сколько и мальчиков,

которым не нравится математика. Кого в классе больше: учеников, которым нравится математика или мальчиков?

19. Придумайте натуральное число, которое делится на 2004 и сумма его цифр также делится на 2004.

20. Даны повествовательные предложения:

- 1) «У кошки 4 ноги»;
- 2) «Сумма углов треугольника равна 180° »;
- 3) «Температура кипения воды 180° »;
- 4) «У квадрата есть прямой угол»;
- 5) « $2x = 3y$ »;
- 6) «Множество четных чисел счетно»;
- 7) «Число 5 делится на 2 без остатка»;
- 8) « $x < 5$ »;
- 9) «У квадрата есть только один прямой угол»;
- 10) « $a + b = 10$ »;
- 11) «Дважды два – четыре»;
- 12) «Пустое множество не имеет подмножеств».

На сколько групп и каким образом можно распределить эти предложения с точки зрения правильности сообщаемых в них сведений?

1. Среди следующих предложений найдите истинные и ложные высказывания, предикаты:

- 1) «Земля – планета Солнечной системы»;
- 2) «Земля – самая большая планета Солнечной системы»;
- 3) «Земля вращается вокруг Солнца»;
- 4) «Земля вращается вокруг своей оси»;
- 5) «Земля вращается вокруг Солнца и вокруг своей оси»;
- 6) «Земля совершает один оборот вокруг Солнца за 24 часа»;
- 7) «Период обращения Земли вокруг Солнца составляет T часов»;
- 8) «Среди всех фигур с одинаковым периметром наибольшую площадь имеет квадрат»;
- 9) «Может ли фигура с периметром p иметь площадь p^2 ?»;
- 10) « $x^2 + y^2 \geq 0$ »;
- 11) «Найди x , если $x^2 = 4$ »;
- 12) «Зимой сутки короче, чем летом»;
- 13) «Который час?»

2. Являются ли высказываниями следующие предложения:

- 1) «В романе «Война и мир» 3456787 слов»;
- 2) «Существует такое натуральное число, квадрат которого равен 9657847626».

Обоснуйте свое мнение.

3. Приведите примеры таких предикатов, которые:

- а) в зависимости от значений переменных превращаются либо в истинные, либо в ложные высказывания;
- б) при любых значениях переменных превращаются в истинные высказывания;
- в) при любых значениях переменных превращаются в ложные высказывания.

4. Попробуйте установить, истинными или ложными являются следующие высказывания:

- а) «Число 123456789 делится без остатка на 3»;
- б) «Треугольник со сторонами 4 м, 5 м и 7 м – прямоугольный»;
- в) «Число 5789084 можно представить в виде произведения четырех одинаковых сомножителей»;
- г) «Периметр части фигуры может быть больше периметра целой фигуры»;

д) «Во всяком треугольнике сумма длин любых двух сторон больше длины третьей стороны».

Объясните, как ты рассуждал в каждом случае.

5. Расклассифицируй следующие предложения в соответствии с принятой нами классификацией:

а) «Квадрат любого натурального числа оканчивается на 4»;

б) «Квадрат натурального числа может оканчиваться на 4»;

в) «Квадрат натурального числа оканчивается на 4».

6. Определи истинность следующих высказываний:

а) «Существуют числа, сумма которых больше, чем их произведение»;

б) «Не существует чисел, сумма которых больше, чем их произведение»;

в) «Сумма любых чисел меньше, чем их произведение»;

г) «Сумма любых чисел не больше, чем их произведение».

7. Какие из приведенных высказываний утверждают одно и то же?

Можно ли сделать заключение об истинности всех этих высказываний с помощью одного примера? Если нет, объясни, почему ты так считаешь; если да, приведи такой пример.

8. Объедини следующие высказывания в осмысленные пары. Объясни, по какому принципу ты это сделал.

1) «Математическая логика – это один из разделов математики»;

2) «Неверно, что любой прямоугольник является квадратом»;

3) «Все простые числа – нечетные»;

4) « $2 \times 2 \neq 5$ »;

5) «Математическая логика не является разделом математики»;

6) «Неверно, что всякое повествовательное предложение является высказыванием»;

7) «Любой прямоугольник – это квадрат»;

8) « $2 \times 2 = 5$ »;

9) «Всякое повествовательное предложение является высказыванием»;

10) «Существуют четные простые числа».

Что можно сказать об истинности высказываний, входящих в пару?

9. Изучая теорию множеств, мы рассмотрели очень удобный способ изображения соотношений между различными множествами – диаграммы Эйлера. В математической логике есть свое средство, позволяющее наглядно изображать связь между различными высказываниями – таблицы истинности. В этих таблицах с помощью символов И и Л изображается истинность или ложность интересующего нас высказывания в зависимости от истинности или ложности других высказываний, с которыми оно связано. Заполни таблицу истинности для отрицания высказывания А.

А	\bar{A}
И	
Л	

10. Для предложений из задания 4, являющихся высказываниями, сформулируй высказывания – отрицания.

11. Для каждого высказывания, записанного курсивом, выбери из нескольких предложенных высказываний то или те, которые являются его отрицанием.

1. «Земля – самая близкая к Солнцу планета».

- а) «Неверно, что Земля – самая близкая к Солнцу планета»;
 б) «Существуют планеты, находящиеся ближе к Солнцу, чем Земля»;
 в) «Земля – самая далекая от Солнца планета»;
 г) «Меркурий – самая близкая к Солнцу планета»;
 д) «Земля – не самая близкая к Солнцу планета».
2. «Из всех фигур с заданным периметром наибольшую площадь имеет круг».
 а) «Из всех фигур с заданным периметром круг имеет наименьшую площадь»;
 б) «Круг не имеет наибольшую площадь из всех фигур с заданным периметром»;
 в) «Площадь круга меньше площади любой фигуры с тем же периметром»;
 г) «Есть фигуры, которые имеют площадь бóльшую, чем площадь круга с тем же периметром».
3. «Любое простое число, большее 2, - нечетное».
 а) «Любое составное число, большее 2, - нечетное»;
 б) «Любое простое число, большее 2, - четное»;
 в) «Среди простых чисел, бóльших 2, есть четные»;
 г) «Неверно, что любое простое число, большее 2, - четное»;
 д) «Любое простое число, меньшее 2, - нечетное».
4. «Объединение множества четных чисел и множества нечетных чисел – пустое множество».
 а) «Пересечение множества четных чисел и множества нечетных чисел – пустое множество»;
 б) «Объединение множества четных чисел и множества нечетных чисел не является пустым»;
 в) «Пересечение множества четных чисел и множества нечетных чисел не является пустым множеством».

12. Рассмотрим следующие пары высказываний:

- 1) А: «Вода закипает при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ »;
 В: «Вода начинает замерзать при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».
 2) А: «Вода закипает при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ »;
 В: «Вода начинает замерзать при $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».
 3) А: «Вода закипает при $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ »;
 В: «Вода начинает замерзать при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».
 4) А: «Вода закипает при $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ »;
 В: «Вода начинает замерзать при $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».

Для каждого случая попробуй из высказываний А и В с помощью союза «и» образовать новое высказывание и определить его истинность. Заполни до конца таблицу истинности:

А	В	А и В
И	И	
И	Л	
Л	И	
Л	Л	

Примечание: Вместо громоздких конструкций типа «Вода закипает при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ и вода начинает замерзать при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ » можно использовать более правильные в стилистическом отношении предложения, имеющие тот же смысл, например, «Вода закипает при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ и начинает замерзать при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».

13. Выполни задание, аналогичное заданию 18, для следующих пар высказываний:

- 1) А: « $5 > 3$ »; 2) А: « $-5 < 2$ »; 3) А: « $1 < -6$ »; 4) А: « $-8 > -3$ »;
 В: « $-4 < 2$ »; В: « $9 < 6$ »; В: « $-2 > -9$ »; В: « $1 < 3$ ».

Сравни полученную таблицу истинности с таблицей истинности для задания 18

Дидактические материалы

Натуральные числа:

Решение упражнений и текстовых задач с натуральными числами, упрощение числовых выражений, применение нестандартных приёмов вычислений, приёмов быстрого устного счёта. Решение заданий на восстановление записей вычислений. Совершенствование умения устных вычислений на множестве натуральных чисел.

Способы быстрого сложения чисел.

Поразрядное сложение: $85 + 49 + 54 + 32 = (80 + 40 + 50 + 30) + (5 + 9 + 4 + 2) = 200 + 20 = 220$. Если одно из слагаемых увеличить на несколько единиц, то из полученной суммы надо вычесть столько же единиц: $364 + 592 = 364 + (592 + 8) - 8 = 364 + 600 - 8 = 956$. Этот способ удобен в случае, если одно из слагаемых близко к круглому числу. Если одно из слагаемых увеличить на несколько единиц, второе уменьшить на столько же единиц, то сумма не изменится: $997 + 856 = (997 + 3) + (856 - 3) = 1000 + 853 = 1853$. Если оба слагаемых близки к круглому числу, то они заменяются разностью между круглым числом и дополнением: $298 + 397 = 300 - 2 + 400 - 3 = 700 - 5 = 695$.

Способы быстрого вычитания чисел.

Вычитание путем уравнивания числа единиц последних разрядов:

$$85 - 68 = 85 - (65 + 3) = (85 - 65) - 3 = 20 - 3 = 17$$

$$426 - 387 = (427 - 1) - 387 = (427 - 387) - 1 = 40 - 1 = 39$$

Если вычитаемое увеличить на несколько единиц и уменьшаемое увеличить на столько же единиц, то разность не изменится:

$$1351 - 994 = (1351 + 6) - (994 + 6) = 1357 - 1000 = 357.$$

Если уменьшаемое и/или вычитаемое близки к круглому числу, то их заменяют разностью или суммой между круглым числом и дополнением:

$$643 - 398 = 643 - (400 - 2) = (643 - 400) + 2 = 245;$$

$$395 - 97 = (400 - 5) - (100 - 3) = (400 - 100) - 5 + 3 = 298.$$

Способы быстрого умножения чисел.

При умножении двузначных чисел удобен прием перекрестного умножения (его знали еще греки и индусы, в старину он назывался «способом молнии»), например, $24 \cdot 32$

а) умножаем единицы, это последняя цифра результата – 8;

б) умножаем цифры десятков на цифры единиц и складываем: $2 \cdot 2 = 4$, $4 \cdot 3 = 12$, $12 + 4 = 16$, 6 – предпоследняя цифра результата, 1 запоминаем;

в) умножаем цифры десятков, прибавляем удержанную в уме 1, получаем первую цифру – 7. Результат 768.

После продолжительного упражнения прием усваивается очень легко.

Способ «дополнений» используют в случаях:

а) когда перемножаемые двузначные числа близки к 50, например, $48 \cdot 36$, в этом случае «дополнения» этих чисел до 50 равны соответственно 2 и 14, причем разность первого числа и второго «дополнения» равна разности второго числа и первого «дополнения»: 34. Оказывается, в таком случае половина этой разности (17) представляет собою начало искомого результата, а произведение «дополнений» (28) – конец. Итак, $48 \cdot 36 = 1728$;

б) когда перемножаемые двузначные числа близки к 100, например, «дополнения»: 8 и 4. Первые две цифры результата получаются простым вычитанием из одного множителя

«дополнения» второго, т.е. $92 - 4 = 88$ или $96 - 8 = 88$, к этому числу приписывают произведение «дополнений»: $8 * 4 = 32$. Получаем результат $92 * 96 = 8832$.

в) при умножении двузначных чисел от 11 до 19, например, $14 * 12 = 168$. Объяснение: 4 и 2 – «дополнения» - это разности данных чисел и числа 10, $14 + 2 = 16$ или $12 + 4 = 16$, это число десятков искомого произведения, к нему приписываем произведение «дополнений»: 8.

Конечно, эти примеры удобнее решать, применяя распределительное свойство $14 * 12 = 14 * (10 + 2) = 140 + 28 = 168$.

Частные приемы умножения чисел.

Умножение двузначных чисел, оканчивающихся на 5 (используется в случае, если цифры десятков четные или нечетные): нужно перемножить цифры десятков, к их произведению прибавить полусумму этих цифр и к полученному числу сотен прибавить 25.

Например: $85 * 45 = (8 * 4 + (8 + 4) / 2) * 100 + 25 = 3825$

Частные случаи умножения чисел, у которых сумма единиц равна 10 (числа в пределах от 11 до 19): цифру десятков одного из сомножителей увеличить на 1 * (1+1) = 2 - это число сотен искомого произведения и приписать произведение единиц, например, $14 * 16 = 1 * (1 + 1) * 100 + 4 * 6 = 224$

Умножение на 4 и на 8.

Чтобы устно умножить число на 4, его дважды удваивают.

$$143 * 4 = 286 * 2 = 572.$$

$$335 * 4 = 670 * 2 = 1340$$

Чтобы устно умножить число на 8, его трижды удваивают.

Например, $217 * 8 = 434 * 4 = 868 * 2 = 1736$ (еще удобнее: $217 * 8 = 200 * 8 + 17 * 8 = 1600 + 136 = 1736$)

Умножение на 5 (50), 25, (125).

Чтобы устно умножить число на 5 (50), умножают его на 10 (100) и делят на 2, то есть приписывают к числу ноль (два нуля) и делят пополам.

Например: $74 * 5 = 740 : 2 = 370$, $243 * 50 = 24300 : 2 = 12150$.

При умножении на 5 четного числа удобнее сначала делить пополам и к полученному результату приписать ноль.

Например, $74 * 5 = 74 : 2 * 10 = 370$.

Чтобы устно умножить число на 25, умножают его на 100 и делят на 4, а если число кратно 4 - делят на 4 и к частному приписывают два нуля.

Например: $72 * 25 = 72 : 4 * 100 = 1800$. Если же число при делении на 4 дает остаток, то при остатке 1 приписывают к частному 25, при остатке 2 приписывают 50, при остатке 3 приписывают 75. Основание этого приема ясно из того, что $100 : 4 = 25$; $200 : 4 = 50$; $300 : 4 = 75$.

Пример: $42 * 25 = 42 : 4 * 100 = 1050$

Чтобы умножить число на 125, умножают его на 1000 и делят на 8, а если число кратно 8 - делят на 8 и к частному приписывают три нуля:

$$32 * 25 = 32 : 8 * 1000 = 4000$$

Умножение на 15

Чтобы умножить число на 15, нужно исходное число умножить на 10 и прибавить половину полученного произведения: $128 * 15 = 1280 + 640 = 1920$

Умножение на 11

При умножении числа на 11, следует «раздвинуть» цифры числа, умножаемого на 11, и в образовавшийся промежуток вписать сумму этих цифр, причем если эта сумма больше 10, то единицу следует перенести в старший разряд.

Например, $45 * 11 = 495$; $67 * 11 = 737$

Умножение двузначного числа на 101 и на 10101

При умножении двузначного числа на 101 (10101) нужно приписать к нему такое же число (два раза такое же число): $68 * 101 = 6868$, $79 * 10101 = 797979$

Аналогично умножают трехзначное число на 1001.

Умножение на 9, 99 и 999

К числу, умножаемому на 9, 99, 999, приписать столько нулей, сколько девяток и вычесть из результата умножаемое число.

Например: $286 \cdot 9 = 2860 - 286 = 2574$; $34 \cdot 99 = 3400 - 34 = 3366$; $67 \cdot 999 = 67000 - 67 = 66933$

Частные приемы деления чисел.

Последовательное деление:

Если делитель является составным числом, то разлагаем его на два или большее число множителей, а потом выполняем последовательное деление:

$$720 : 45 = (720 : 9) : 5 = 80 : 5 = 16$$

Деление на 5, 50 и 500

Чтобы число разделить на 5, 50 или 500, надо это число разделить на 10, 100 или 1000 соответственно (отбросив 1, 2 или 3 нуля), и затем результат умножить на 2.

$$45600 : 50 = 45600 : 100$$

$$3240 : 5 = 324 \cdot 2 = 648$$

$$315000 : 500 = 315 \cdot 2 = 630$$

Этот способ удобен, когда число оканчивается соответствующим количеством нулей.

Деление на 25

Чтобы разделить число на 25, надо его разделить на 100 и результат умножить на 4:

$$12100 : 25 = 12100 : 100 \cdot 4 = 484$$

Деление на 125

Чтобы разделить число на 125, надо его разделить на 1000 и результат умножить на 8:

$$4000 : 125 = 4 \cdot 8 = 32$$

В случаях деления на 5, 25, 50, 125 и 500 иногда удобнее менять порядок действий.

Частные приемы возведения чисел в квадрат.

Возведение в квадрат числа, оканчивающегося цифрой 5.

Чтобы возвести в квадрат число, оканчивающееся цифрой 5, нужно число его десятков умножить на число десятков, увеличенное на 1, и к результату приписать 25: $35^2 = 1225$ ($3 \cdot 4 = 12$), $75^2 = 5625$; $115^2 = 13225$ ($11 \cdot 12 = 132$).

Возведение в квадрат двузначных чисел пятого и шестого десятков.

Чтобы возвести в квадрат числа пятого десятка, нужно к числу единиц прибавить 15, результат умножить на 100 и добавить квадрат числа, дополняющего число единиц до 10 (в результате должно получиться четырехзначное число). Например, $43^2 = (3+15) \cdot 100 + 7^2 = 1849$; $49^2 = (9+15) \cdot 100 + 1^2 = 2401$

Чтобы возвести в квадрат числа шестого десятка, нужно к числу единиц прибавить 25, результат умножить на 100 и добавить квадрат числа единиц так, чтобы получилось четырехзначное число: $52^2 = (2+25) \cdot 100 + 2^2 = 2704$;

$$56^2 = (6+25) \cdot 100 + 6^2 = 3136.$$

Возведение в квадрат двузначных чисел второго и третьего десятков.

Чтобы возвести в квадрат числа второго десятка, нужно к числу единиц прибавить само исходное число, результат умножить на 10 и добавить квадрат числа единиц:

$$\text{числа единиц: } 11^2 = (1 + 11) \cdot 10 + 1^2 = 121; 12^2 = (2 + 12) \cdot 10 + 2^2 = 144; 18^2 = (8 + 18) \cdot 10 + 8^2 = 324.$$

Чтобы возвести в квадрат числа третьего десятка, нужно к числу единиц прибавить само исходное число, результат умножить на 20 и добавить квадрат числа единиц:

$$24^2 = (4 + 24) \cdot 20 + 4^2 = 576; 27^2 = (7 + 27) \cdot 20 + 7^2 = 729.$$

Задача

В магазин игрушек привезли кукол. К середине дня количество проданных кукол составляло $\frac{1}{6}$ часть от числа привезенных. После того, как продали ещё одну куклу, число проданных кукол стало равно $\frac{1}{5}$ числа привезенных. Сколько кукол привезли в магазин?

Решение: Пусть привезли x кукол, тогда к середине дня количество проданных кукол составило $\frac{1}{6} \cdot x$, а после того, как продали еще одну куклу, стало $\frac{1}{6} \cdot x + 1$ проданных кукол.

Составим уравнение $\frac{1}{6} \cdot x + 1 = \frac{1}{5} \cdot x$ и, решив его, получаем $x = 30$

Ответ: 30

Задача. Две коровы за два дня дают 16 литров молока. Сколько литров молока дают четыре коровы за шесть дней?

Решение: 2 коровы за 2 дня дают 16л.

2 коровы за 1 день дают $16:2 = 8$ л.

2 коровы за 6 дней дают л.

4 коровы за 6 дней дают л.

Ответ: 96

Задача.

Две коровы за два дня дают 16 литров молока. Сколько таких же коров за 6 дней дадут 96 литров?

Ответ: 4

Проценты в нашей жизни

Вычисление процентов от числа, числа по его процента, процентного отношения чисел. Решение различных задач окружающей жизни на нахождение процентов. Расчёт выплат по кредиту. Расчёт прибыли по банковским счетам

Задача.

Государству принадлежит 60% акций предприятия, остальные акции принадлежат частным лицам. Общая прибыль предприятия после выплаты налогов за год составила 40 млн. р. Какая сумма (в рублях) из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?

Задача.

Акции предприятия распределены между государством и частными лицами в отношении 3:5. Общая прибыль предприятия после выплаты налогов за год составила 32 млн. р. Какая сумма (в рублях) из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?

Задача.

В начале года число абонентов телефонной компании «Север» составляло 200 тыс. чел., а в конце года их стало 210 тыс. чел. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?

Задача.

В начале года число абонентов телефонной компании «Север» составляло 200 тыс. чел., а в конце года их стало 210 тыс. чел. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании? В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 30%, во второй – на 50%. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 700 р.? Задачи на движение. Смеси и сплавы.

Вычисление пути, скорости, время движения, определение вида движения, расчёт средней скорости, скорости движения в воде. Расчёт массы раствора, его концентрации

Задача

Маша и Саша приготовили мыльный раствор для мыльных пузырей. В стакане у Маши было 140 гр. 10% -го мыльного раствора, а в стакане у Саши было 60 гр. 30% -го мыльного раствора. У Маши пузыри не получались, тогда Саша предложил перелить содержимое из двух стаканов в колбу. Смогут ли Маша и Саша получить мыльные пузыри из раствора, содержащегося в колбе, если для этого нужен 16% - ый раствор?

Решение:

1) $0,1 * 140 + 0,3 * 60 = 32$ (гр.) – масса мыла в растворе

2) $140 + 60 = 200$ (гр.) – масса раствора

3) $32/200 * 100 = 16\%$ - содержание мыла в растворе.

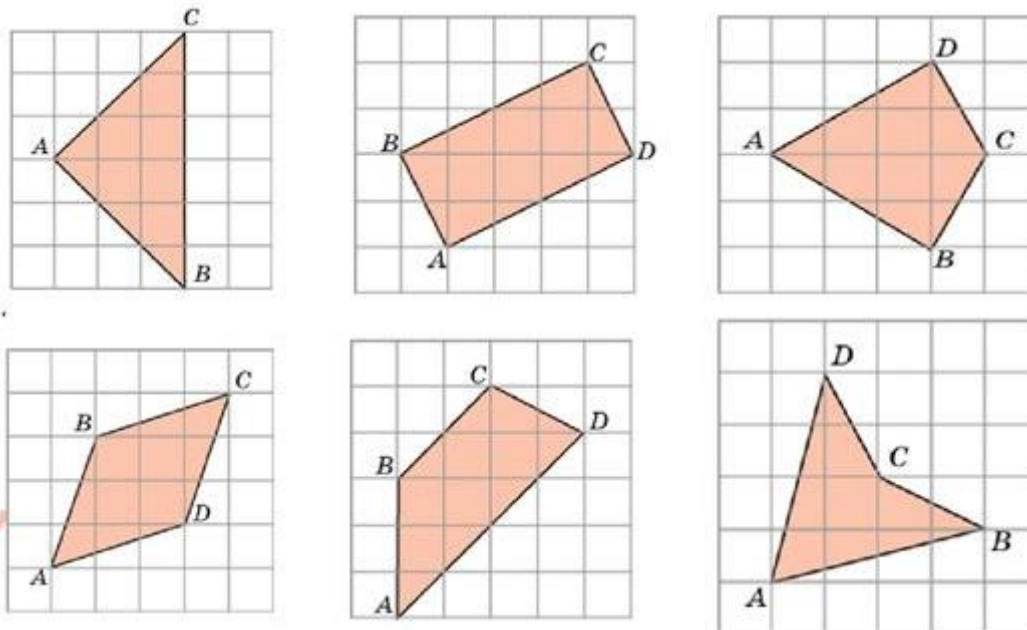
Ответ: да.

Знакомство с геометрией

Разрезание и составление фигур. Деление заданной фигуры на равные по площади части. Поиск заданных фигур в фигурах сложной конфигурации. Решение задач, формирующих геометрическую наблюдательность.

Задача

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см 1 см изображены геометрические фигуры (см. рисунок). Найдите их площадь в квадратных сантиметрах.



Вероятность и статистика

Решение простейших комбинаторных задач методом перебора. Вычисление классической вероятности события. Построение графиков и диаграмм.

Любая задача по теории вероятностей в школьном курсе математики по большому счету сводится к стандартной формуле $P = m/n$ где P - искомая вероятность, n - общее число возможных событий, m - число интересующих нас событий. Главное - правильно определить ее компоненты. А вот здесь уже чаще всего нужны дополнительные знания и умения применять различные методы решения вероятностных задач.

Первый блок задач - задачи, которые решаются по формуле определения вероятности буквально в одно действие.

Задача

В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 14 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение. Число вариантов выбора насосов: $n = 2000$. Число вариантов выбора исправных насосов: $m = 2000 - 14 = 1986$.

$$P = 1986/2000 = 0,993$$

Искомая вероятность: Ответ: 0,993.

Задача:

В коробке лежат 5 красных, 7 зелёных и 2 синих кубикм из коробки берут кубик. Какова вероятность того, что из коробки взяли зелёный кубик?

Задача. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 120 качественных сумок приходится девять сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение. Число вариантов выбора сумок: $n = 120 + 9 = 129$.

Число вариантов выбора качественной сумки: $m = 120$. Искомая вероятность:

Ответ: 0,93.

Задача. В кармане у Сережи находится 7 монет достоинством 5 рублей, 10 монет достоинством 1 рубль и 8 монет достоинством 2 рубля. Мальчик случайным образом вытаскивает одну монету из кармана. Какова вероятность того, что будет вытащена не одно рублёвая монета?

Решение. Число вариантов выбора монет: $n = 7 + 10 + 8 = 25$. Число вариантов выбора монет достоинством 5 рублей или 2 рубля: $m = 7 + 8 = 15$. Искомая вероятность: Ответ: 0,5. Задача. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 17 из России, 22 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Задача. В каждой пятнадцатой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Костя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Костя не найдет приз в своей банке?

Задача. Миша с папой решили покататься на колесе обозрения. Всего на колесе двадцать четыре кабинки, из них 5 — синие, 7 — зеленые, остальные — красные. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Миша прокатится в красной кабинке.

Задача. Максим с папой решили покататься на колесе обозрения. Всего на колесе тридцать кабинок, из них 13 — синие, 7 — зеленые, остальные — оранжевые. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Максим прокатится в оранжевой кабинке.

Задача.

У бабушки 20 чашек: 5 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Задача.

У дедушки 30 чашек: 14 с красными звездами, остальные с золотыми. Дедушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с золотыми звездами.

Задача.

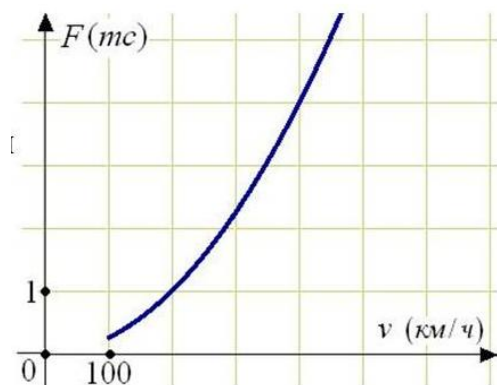
В корзине лежат 30 грибов. Среди любых 12 из них имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 20 грибов — хотя бы один груздь. Сколько рыжиков и сколько груздей в корзине?

Решение: Среди 30 грибов должно быть не менее 19 рыжиков. В противном случае найдется 12 грибов, среди которых нет рыжика.

Аналогично, в корзине не менее 11 груздей, а следовательно рыжиков не более 19. Поэтому рыжиков в корзине ровно 19, а груздей 11.

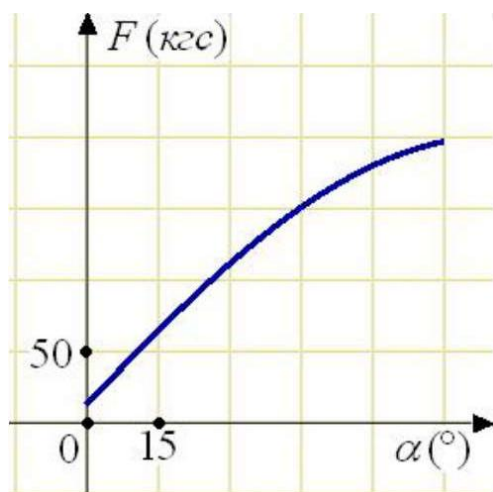
Задача

Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для не которого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в км/ч), на оси ординат — сила (в тс). Определите по рисунку, на сколько увеличится подъёмная сила (в тонну силу) при скорости с 200 км/ч



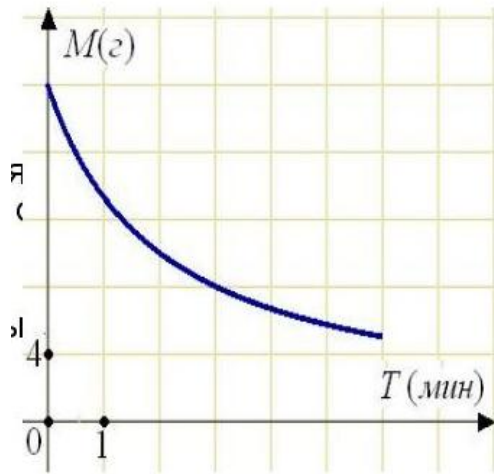
Задача

В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортера к горизонту при расчетной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъема в градусах, на оси ординат – сила натяжения транспортной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.



Задача

В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое еще не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат – масса оставшегося реагента, который еще не вступил в реакцию (в граммах). Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за три минуты?



Задача

Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя – чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Омах), на оси ординат – сила тока в Амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 Ампер. На сколько Ом при этом увеличилось сопротивление цепи?

